

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

ЗАДАЧА № 1

Тема: «Расчет сложной линейной электрической цепи постоянного тока»

Задание. Для электрической схемы, изображенной на рис. 1-30, в соответствии с исходными данными (табл. 2.7):

- 1) составить систему уравнений методом законов Кирхгофа;
- 2) определить токи во всех ветвях исходной схемы методом контурных токов;
- 3) упростить схему, произведя соответствующие эквивалентные преобразования, и определить токи в ветвях упрощенной схемы методом наложения;
- 4) составить баланс мощностей;
- 5) определить показание вольтметра;
- 6) заполнить табл. 2.5 и 2.6.

Дано: $E_1 = 14 \text{ В}$; $E_2 = 43 \text{ В}$; $E_3 = 7 \text{ В}$; $r_{01} = 1 \text{ Ом}$; $r_{03} = 1,2 \text{ Ом}$;

$R_1 = 5 \text{ Ом}$; $R_2 = 3 \text{ Ом}$; $R_3 = 1 \text{ Ом}$; $R_4 = 2 \text{ Ом}$; $R_5 = 12 \text{ Ом}$; $R_6 = 3 \text{ Ом}$.

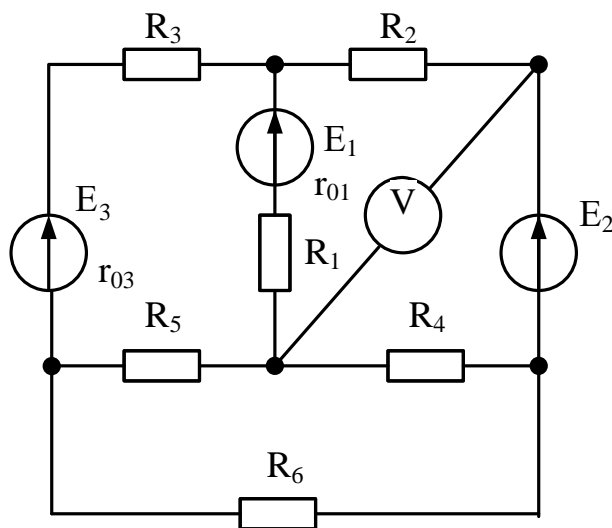


Рисунок 22.1

Решение.

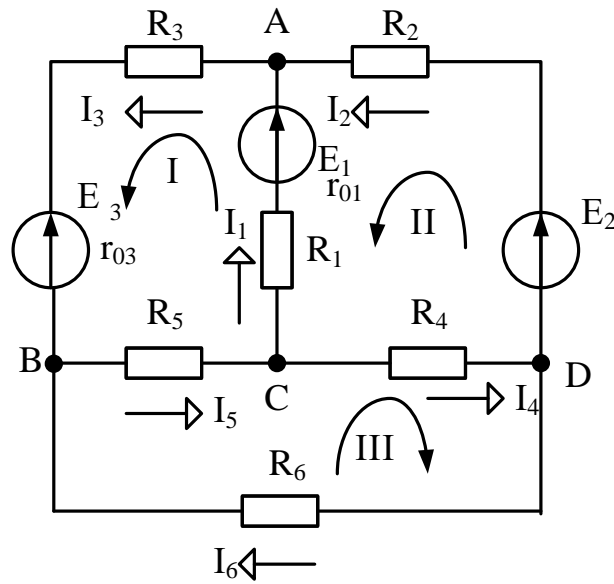


Рисунок 22.2

1. Определим количество ветвей p , электрических узлов m и независимых (какие отличаются хоть бы одной новой ветвью, но внутри которых нет ветвей) контуров цепи. Для схемы, приведенной на рис.22ю2, имеем: шесть ветвей ($p=6$) – AB, BC, CA, AD, BD,CD; четыре узла ($m = 4$) – A, B, C, D. Количество независимых контуров: $k=p-(m-1)=3$. Для схемы имеем три независимых контура: I – ABC, II –ADC , III –BCD. Далее произвольно задаемся направлениями действия токов в ветвях (I_1-I_6) .

При решении задачи по методу законов Кирхгофа для цепи, который содержит $p=6$ ветвей и $m=4$ узла составляем систему из $p = 6$ уравнений. При этом $(m - 1) = 3$ уравнения составляем по первому, и $k=3$ уравнений – по второму закону Кирхгофа. Для схемы рис.22.2 система уравнений имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \text{ – для узла A;} \\ I_3 - I_5 + I_6 = 0 \text{ – для узла B;} \\ -I_1 - I_4 + I_5 = 0 \text{ – для узла C;} \\ (R_1 + r_{01}) I_1 + (R_3 + r_{03}) I_3 + R_5 I_5 = E_1 - E_3 \text{ – для контура I;} \\ -(R_1 + r_{01}) I_1 + R_2 I_2 + R_4 I_4 = E_2 - E_1 \text{ – для контура II;} \\ R_4 I_4 + R_5 I_5 + R_6 I_6 = 0 \text{ – для контура III.} \end{array} \right.$$

2. Решаем задачу методом контурных токов. Произвольно задаемся направлениями действия токов I_I , I_{II} , I_{III} в независимых контурах (направлениями обхода контуров) и составляем систему из $k = p - (m-1) = 3$ уравнения по второму закону Кирхгофа. При этом токи в ветвях, которые являются общими для двух контуров, определяем как алгебраическую сумму соответствующих контурных токов. Система уравнений для контуров расчетной схемы (рис.22.2) имеет следующий вид:

$$\begin{cases} (R_1 + r_{01} + R_3 + r_{03} + R_5)I_I - (R_1 + r_{01}) I_{II} + R_5 I_{III} = E_1 - E_3; \\ -(R_1 + r_{01})I_I + (R_1 + r_{01} + R_2 + R_4)I_{II} + R_4 I_{III} = E_2 - E_1; \\ R_5 I_I + R_4 I_{II} + (R_4 + R_5 + R_6)I_{III} = 0. \end{cases}$$

После подстановки значений $R_1 \dots R_6$, E_1 , E_2 и решение системы относительно токов (А) в ветвях цепи получим:

$$\begin{cases} 20,2I_I - 6 I_{II} + 12 I_{III} = 7; \\ -6 I_I + 11I_{II} + 2I_{III} = 29; \\ 12I_I + 2I_{II} + 17I_{III} = 0. \end{cases}$$

и решения системы программой решения системы уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента относительно токов (А) в ветвях цепи получим:

$$I_I = 4,071; I_{II} = 5,499; I_{III} = - 3,521.$$

Токи (А) в ветвях, которые принадлежат одному контуру, равняются соответствующим контурным токам:

$$I_3 = I_I = 4,071; I_2 = I_{II} = 5,499; I_6 = I_{III} = - 3,521.$$

Токи (А) в ветвях, которые являются общими для двух контуров, определяем по первому закону Кирхгофа:

$$I_1 = I_I - I_{II} = 4,071 - 5,499 = - 1,428; I_4 = I_{II} + I_{III} = 5,499 - 3,521 = 1,978;$$

$$I_5 = I_I + I_{III} = 4,071 - 3,521 = 0,55.$$

3. Упрощаем схему, заменив треугольник сопротивлений R_4 , R_5 , R_6 , включенных между узлами В-С-D, трехлучевой звездой сопротивлений, лучи которой расходятся из точки О в те же узлы В-С-D.

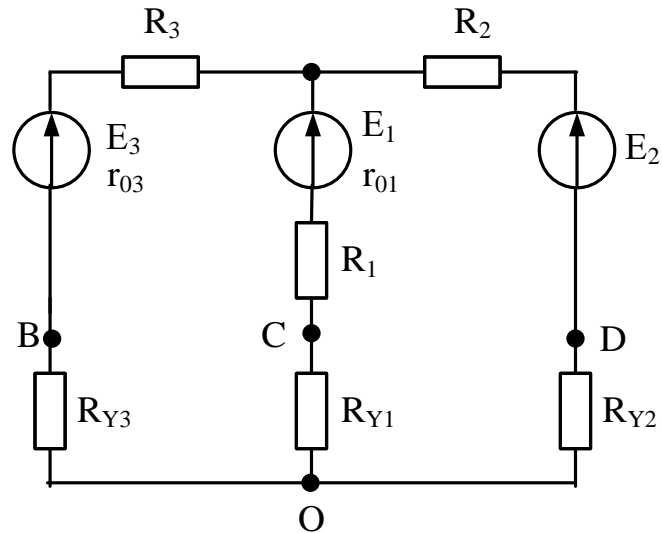


Рисунок 22.3

$$R_{1y} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{2 \cdot 12}{2 + 12 + 3} = 1,412 \text{ Ом};$$

$$R_{2y} = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{2 \cdot 3}{2 + 12 + 3} = 0,353 \text{ Ом};$$

$$R_{3y} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{12 \cdot 3}{2 + 12 + 3} = 2,117 \text{ Ом}.$$

Определяем токи в преобразованной схеме *методом наложения*.

Принцип наложения формулируется так: ток в любой ветви равен алгебраической сумме токов, вызываемых каждой из ЭДС схемы в отдельности. При расчете цепи данным методом следуем следующему правилу:

а) поочередно рассчитываем токи, возникающие от действия каждой из ЭДС, мысленно удаляя остальные из схемы, но оставляя в схеме внутреннее сопротивление источников;

б) находим токи в ветвях путем алгебраического сложения частичных токов.

Начинаем с расчета дополнительной схемы, содержащий источник E_1 . В этом случае цепь принимает вид, изображенный на рис. 22.4.

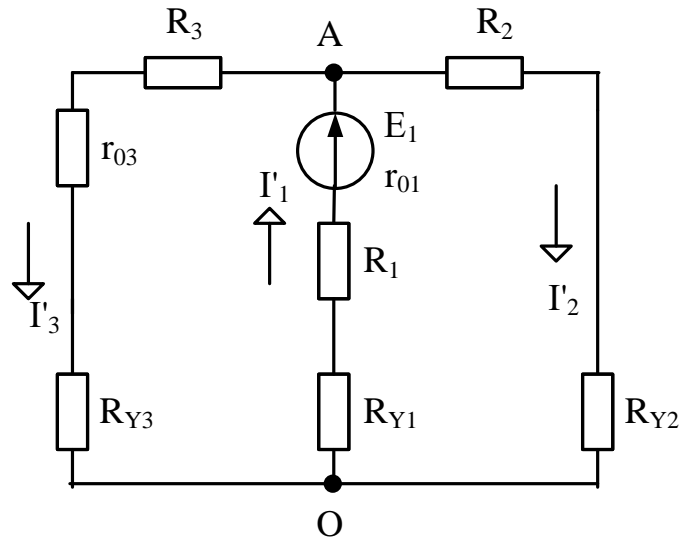


Рисунок 22.4

$$I'_1 = \frac{E_1}{(R_1 + r_{01} + R_{Y1}) + \left(\frac{(R_3 + r_{03} + R_{Y3}) \cdot (R_2 + R_{Y2})}{(R_3 + r_{03} + R_{Y3}) + (R_2 + R_{Y2})} \right)} =$$

$$= \frac{14}{(5 + 1 + 1,412) + \left(\frac{(1 + 1,2 + 2,117) \cdot (3 + 0,353)}{(1 + 1,2 + 2,117) + (3 + 0,353)} \right)} = 1,505 \text{ A.}$$

Находим напряжение на разветвленном участке цепи:

$$U_{AO} = E_1 - I'_1 \cdot (R_1 + r_{01} + R_{Y1}) = 14 - 1,505 \cdot (5 + 1 + 1,412) = 2,841 \text{ B.}$$

Тогда частичные токи в параллельных ветвях:

$$I'_2 = \frac{U_{AO}}{(R_2 + R_{Y2})} = \frac{2,841}{(3 + 0,353)} = 0,847 \text{ A;}$$

$$I'_3 = \frac{U_{AO}}{(R_3 + r_{03} + R_{Y3})} = \frac{2,841}{(1 + 1,2 + 2,117)} = 0,658 \text{ A.}$$

Теперь вычерчиваем дополнительную схему для второго источника:

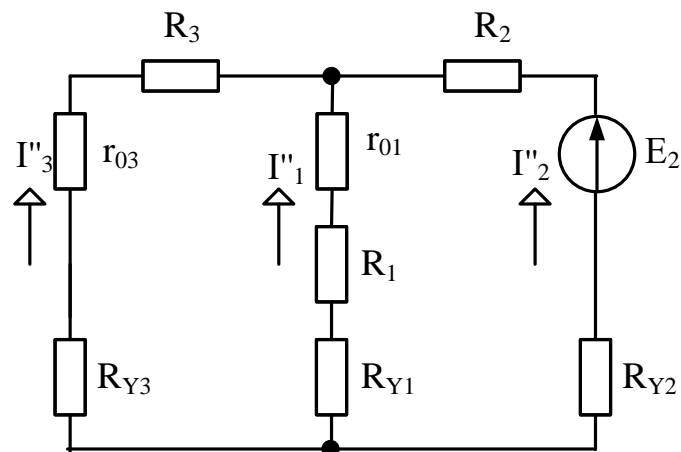


Рисунок 22.5

$$I_2'' = \frac{E_2}{(R_2 + R_{Y2}) + \left(\frac{(R_3 + r_{03} + R_{Y3}) \cdot (R_1 + r_{01} + R_{Y1})}{(R_3 + r_{03} + R_{Y3}) + (R_1 + r_{01} + R_{Y1})} \right)} =$$

$$= \frac{43}{(3 + 0,353) + \left(\frac{(1 + 1,2 + 2,117) \cdot (5 + 1 + 1,412)}{(1 + 1,2 + 2,117) + (5 + 1 + 1,412)} \right)} = 7,071 \text{ A.}$$

Находим напряжение на разветвленном участке цепи:

$$U_{AO} = E_2 - I_2'' \cdot (R_2 + R_{Y2}) = 43 - 7,071 \cdot (3 + 0,353) = 19,291 \text{ B.}$$

Тогда частичные токи в параллельных ветвях:

$$I_1'' = \frac{U_{AO}}{(R_1 + r_{01} + R_{Y1})} = \frac{19,291}{(5 + 1 + 1,412)} = 2,603 \text{ A;}$$

$$I_3'' = \frac{U_{AO}}{(R_3 + r_{03} + R_{Y3})} = \frac{19,291}{(1 + 1,2 + 2,117)} = 4,468 \text{ A.}$$

Вычерчиваем дополнительную схему для последнего третьего источника – E_3 .

$$I_3''' = \frac{E_3}{(R_3 + r_{03} + R_{Y3}) + \left(\frac{(R_2 + R_{Y2}) \cdot (R_1 + r_{01} + R_{Y1})}{(R_2 + R_{Y2}) + (R_1 + r_{01} + R_{Y1})} \right)} =$$

$$= \frac{7}{(1 + 1,2 + 2,117) + \left(\frac{(3 + 0,353) \cdot (5 + 1 + 1,412)}{(3 + 0,353) + (5 + 1 + 1,412)} \right)} = 1,057 \text{ A.}$$

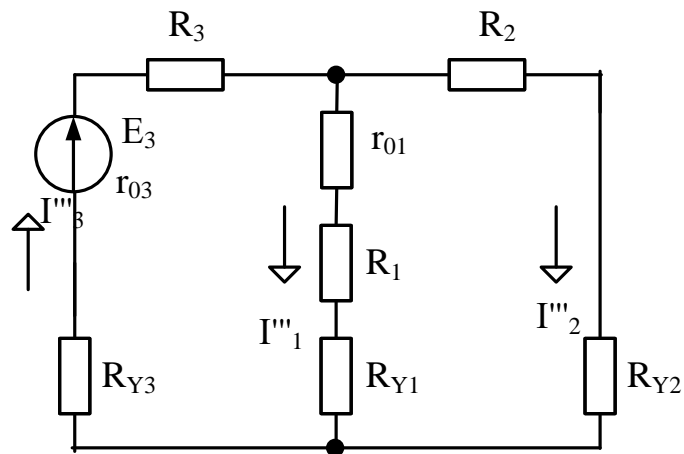


Рисунок 22.6

Находим напряжение на разветвленном участке цепи:

$$U_{AO} = -E_3 + I_3''' \cdot (R_3 + r_{03} + R_{Y3}) = -7 + 1,057 \cdot (1 + 1,2 + 2,117) = -2,439 \text{ В.}$$

Тогда частичные токи в параллельных ветвях:

$$I_1''' = \frac{U_{AO}}{(R_1 + r_{01} + R_{Y1})} = \frac{-2,439}{(5 + 1 + 1,412)} = -0,329 \text{ А;}$$

$$I_2''' = \frac{U_{AO}}{(R_2 + R_{Y2})} = \frac{-2,439}{(3 + 0,353)} = -0,728 \text{ А.}$$

Производим наложение частичных токов и определяем величину и направление действительных токов:

$$I_1 = I_1' - I_1'' + I_1''' = 1,505 - 2,603 - 0,329 = -1,427 \text{ А.}$$

$$I_2 = -I_2' + I_2'' + I_2''' = -0,847 + 7,071 - 0,728 = 5,496 \text{ А.}$$

$$I_3 = I'_3 + I''_3 - I'''_3 = 0,658 + 4,468 - 1,057 = 4,069 \text{ A.}$$

4. Мощность, развиваемая источниками:

$$\begin{aligned} \sum P_{\text{ист}} &= P_1 + P_2 + P_3 = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_3 = \\ &= -14 \cdot 1,428 + 43 \cdot 5,499 - 7 \cdot 4,071 = 187,968 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Мощность, потребляемая потребителями:

$$\begin{aligned} \sum P_{\text{потр}} &= I_1^2 \cdot (R_1 + r_{01}) + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot (R_3 + r_2) + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = \\ &= 1,428^2 \cdot 6 + 5,499^2 \cdot 3 + 4,071^2 \cdot 2,2 + 1,978^2 \cdot 2 + 0,55^2 \cdot 12 + 3,521^2 \cdot 3 = 188,06 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

$$\sum P_{\text{ист}} \approx \sum P_{\text{потр}}$$

5. Показания вольтметра

$$E_1 - (R_1 + r_{01}) I_1 + R_2 I_2 = 14 - 6 \cdot 1,428 + 3 \cdot 5,499 \approx 22 \text{ В.}$$

Таблица 2.5

Наименование	Формула	Единица измерения	Наименование	Формула	Единица измерения
ЭДС	E	В(Вольт)	Напряжение	U	В(Вольт)
Сила тока	I	А(Ампер)	Сопротивление	R	Ом
Проводимость	G	См	Мощность	P	Вт(Ватт)

Таблица 2.6

Наименование	Формула
Закон Ома для участка цепи	$I = U/R$
Закон Ома для замкнутой цепи	$I = E/(R + r)$
Первый закон Кирхгофа	$\sum I = 0$
Второй закон Кирхгофа	$\sum IR = \sum E$
Баланс мощностей	$\sum P_{\text{ист}} \approx \sum P_{\text{потр}}$